Socle commun de licences du domaine
« Mathématiques et Informatique »

OUTILS DE PROGRAMMATION POUR LES MATHÉMATIQUES

MAPLE

http://www.larbiguezouli.com/

Présenté par Dr Larbi GUEZOULI

Outils de programmation pour les mathématiques

- Chapitre I: Introduction [1 cours]
  - Définition
  - Utilité du calcul formel
  - Structures de base
  - Calcul rapide
  - Bibliographie
- Chapitre II: Rappels d'arithmétique [2 cours]
  - PGCD et l'algorithme d'Euclide
  - Fonction d'Euler
  - Distance de Hamming
  - Cryptographie (César, Hill)
- Chapitre III: MAPLE [4 cours]
  - Introduction
  - Premiers pas avec MAPLE
  - Les variables
  - Arithmétique en nombre entiers
  - Nombres complexes

Chapitre I

Chapitre I: Introduction

1. Définition
2. Utilité du calcul formel
3. Structures de base
4. Calcul rapide
5. Bibliographie

Chapitre I : Introduction

1. Définition

Le **calcul formel** traite les **grands nombres**, sur lesquels les opérations sont de plus en plus **longues** à être **exécutées**.

Exemple: pour le calcul du déterminant d'une matrice

$$A = (a_{i,j})_{1 \le i,j \le 25}$$

Il faut **25!** opérations de produit

Tel que $25! \approx 1{,}55.10^{25}$

Sur un ordinateur qui fait 10 milliards de produits par secondes, il faut $49{,}15 \times 10^6$ années pour calculer ce déterminant.

Chapitre I : Introduction
1. Définition

Utilité du calcul formel

Avec cet exemple on peux voir l'utilité du calcul formel:

Calculabilité

Trouver des algorithmes qui permettent de faire de grands calculs d'une façon plus rapide.

Efficacité

Les calculs établis devraient être sans erreurs

Chapitre I : Introduction
1. Définition

Donc un système de calcul formel permet:

- d'utiliser des grands nombres (entiers, réel…)
- d'utiliser des polynômes à plusieurs variables
- de calculer les limites, les dérivées…
- de simplifier de formules
- de résoudre des équations différentielles
- …

Chapitre I : Introduction
1. Définition

Il existe plusieurs logiciels de calcul formel, on peut citer:

Mathématica, Mupad, Derive, Maple, Objectif Caml…

Nous choisissons pour notre cours le langage « Maple ».

Chapitre I : Introduction
2. Structures de base

Les structure de base les plus utilisées sont:

Les Entiers

Un entier N écrit dans une base B est représenté comme suit:

$$N = \sum_{i=0}^{k} a_i \cdot B^i \Leftrightarrow N = a_0 + a_1 B + a_2 B^2 + ... + a_k B^k$$

avec $0 \leq a_i < B$

Exemple:

$N = 1 + 2.10 + 3.10^2 + 4.10^3 = 4321$

Décomposition d'un nombre sur une base

Soit **N** le nombre et **B** la base. Trouver les $\mathbf{a_i}$.

Le quotient de la division **N/B** et le reste est **N mod B**.

Algorithme:

```
i ← 0
M ← N
tant que M ≠ 0 faire
    a_i ← M mod B
    i ← i + 1
    M ← M / B
Fin tan que
```

Exp:
N=4321 B=10

i	M	a_i
0	4321	1
1	432	2
2	43	3
3	4	4
4	0	

Les Rationnels

Un nombre rationnel N est stocké comme une paire <numérateur, dénominateur>:

$$N = \frac{a}{b}$$

Exemple:

$$N = \frac{5}{2}$$

sera stocké sous forme de couple <5, 2>

Les Vecteurs et Matrices

Une matrice ou un vecteur est représenté comme un **pointeur** vers un tableau en mémoire.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

En mémoire:

Un pointeur vers un tableau

ptr *p = a_{11}, a_{12}, … , a_{33}

Les opérations de bases sont: **l'addition** de matrices, **multiplication** avec un scalaire, **inverse** d'une matrice…

Les Polynômes

Un polynôme peut être stocké de plusieurs manières. Les plus utilisés sont:

- **Représentation dense**: Le polynôme est représenté par un pointeur vers un tableau contenant les coefficients.

  Exp: $P_0 = 5.x^3 + 3.x + 2$

  En mémoire: ptr *p = [5, 0, 3, 2]

- **Représentation creuse**: Le polynôme est représenté par une liste de paires <coefficient, exposant> triée par les exposants.

  Exp: $P_1 = x^5 + 2.x^3 + 5.x$

  En mémoire: liste (<1, 5>, <2, 3>, <5, 1>)

Chapitre I : Introduction
3. Calcul rapide

En pratique, l'écriture d'un algorithme est facile si on ne cherche pas à l'optimiser.

Par contre, le problème du calcul formel, la solution donnée doit prendre en compte la **calculabilité** et la **rapidité**.

Une solution doit être optimisée au maximum pour faire le **minimum d'opérations** et **gagner du temps**.

Chapitre I : Introduction
3. Calcul rapide

Exemple:

Multiplication d'une matrice diagonale par un vecteur $\begin{bmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&3\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\times1\\2\times2\\3\times3\end{bmatrix}$

au lieu de:

$$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&3\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\times1+0\times2+0\times3\\0\times1+2\times2+0\times3\\0\times1+0\times2+3\times3\end{bmatrix}$$

On gagne le temps de 6 opérations de multiplication et 6 opérations d'addition

Chapitre I : Introduction
4. Bibliographie

- Larbi GUEZOULI, « Introduction au Calcul Formel: Maple & CAML », ISBN: 978-3-639-50317-3, 2016.
- Bruce W. Char, Keith O. Geddes, Gaston H. Gonnet, Benton Leong, Michael B. Monagan, Stephen M. Watt, « *Maple V Language Reference Manual »,* Springer-Verlag, ISBN: 978-0-387-94124-0, 1991.
- K.O. Geddes, B.J. Marshman, I.J. McGee, P.J. Ponzo and B.W Char, « Maple Calculus Workbook ». Waterloo Maple Software, Waterloo, Ontario, Canada, 1988.
- INRIA http://caml.inria.fr/ocaml/index.fr.html

Chapitre II
Rappels d'arithmétique

1. PGCD et l'algorithme d'Euclide
2. Fonction d'Euler
3. Codes et distance de Hamming
4. Cryptographie (César, Hill)

Chapitre II
Rappels d'arithmétique

1. PGCD et l'algorithme d'Euclide

Le plus grand diviseur commun de deux nombres naturels ∈ **N** est calculé en utilisant l'algorithme d'Euclide comme suit:

Soit A ∈ N et B ∈ N et A ≥ B,

$A = a_0.B + r_0$ avec $a_0 \geq 1,\ 1 \leq r_0 < B$

$B = a_1.r_0 + r_1$ avec $a_1 \geq 1,\ 1 \leq r_1 < r_0$

$r_0 = a_2.r_1 + r_2$ avec $a_2 \geq 1,\ 1 \leq r_2 < r_1$

….

$r_{n-5} = a_{n-3}.r_{n-4} + r_{n-3}$ avec $a_{n-3} \geq 1,\ 1 \leq r_{n-3} < r_{n-4}$

$r_{n-4} = a_{n-2}.r_{n-3} + r_{n-2}$ avec $a_{n-2} \geq 1,\ 1 \leq r_{n-2} < r_{n-3}$

$r_{n-3} = a_{n-1}.r_{n-2}$ avec $a_{n-1} \geq 2,\ r_{n-1} = 0$

Le PGCD de **A** et **B** est le dernier reste non nul (r_{n-2}), et nous avons fait **n** divisions ($n \geq 2$)

Chapitre II
Rappels d'arithmétique

exp: soit A=24 et B=10

$24 = 2 \times 10 + 4$ r_{n-5}

$10 = 2 \times 4 + 2$ r_{n-4}

$4 = 2 \times 2 + 0$ $r_{n-3} = r_0 \Rightarrow n=3$

Le PGCD de **A** et **B** est $r_{n-2} = 2$, et nous avons fait **3** divisions.

Chapitre II
Rappels d'arithmétique

Algorithme d'Euclide (version itérative):

```
fonction PGCD(A,B)
   n ← A;
   d ← B;
   r ← n mod d;
   tant que r ≠ 0 faire
         n ← d;
         d ←  r;
         r ← n mod d;
   fin tant que;
   retourner d;
Fin fonction
```

Exp: PGCD(24,10)

n	d	r
24	10	4
10	4	2
4	2	0

Retourner 2

Chapitre II
Rappels d'arithmétique

Algorithme d'Euclide (version récursive):

```
fonction PGCD(A,B)
   si B = 0 alors
         retourner A;
   sinon
         retourner PGCD(B, A mod B);
   fin si
Fin fonction
```

Exp: PGCD(24,10)
PGCD(10,4)
PGCD(4,2)
PGCD(2,0)

Retourner 2

Chapitre III
MAPLE

Chapitre III : MAPLE
1. Introduction

Maple est créé en 1980 dans une université à Canada.

C'est un langage **interprété**, c.à.d. sans compilateur.

Chapitre III : MAPLE
1. Introduction

III.1.1) Calcul numérique vs calcul symbolique

Il existe deux catégories de calcul:

Calcul numérique

Comme dans Matlab, Gauss et Scilab, ils possèdent des **algorithmes puissants** pour faire des calculs complexes.

Calcul symbolique

Comme dans Maple, Mathematica ou Mupad, ils manipules des **objets mathématiques** (fonction, polynômes, ..)

Exp. Sur Maple, le rationnel 2/3 est manipulé comme un objet, et représenté en mémoire par un couple <2,3>

et sur Matlab il est évalué en 0,6666667.

Chapitre III : MAPLE
2. Premiers pas avec MAPLE

- Une commande Maple se termine par le caractère '**;**' ou '**:**'
- Le '**;**' affiche le résultat dans la ligne suivante
- Le '**:**' exécute l'instruction mais n'affiche pas le résultat
- On peut taper plusieurs commandes Maple dans une seule instruction séparées par '**;**' ou '**:**', le retour à la ligne « **Shift+Return** » et la validation de l'instruction « **Return** »

Chapitre III : MAPLE
2. Premiers pas avec MAPLE

III.2.1) Les commandes

- Les opérations de calcul algébrique +, -, *, /

Exp. 2*(5+6) ou 9*x

- L'**exposant** se fait par ^ ou **

Exp. 3**2 == 3^2 == 3^2 ou 3**(1/2)

La racine carrée a**(1/2) == sqrt(a)

- **Valeur absolue** : abs(x)
- **Affectation**: x := 5
- Le caractère **%** représente le **dernier résultat calculé** (et pas le dernier affiché) et **%%** pour l'avant dernier
- La commande **restart** : redémarre Maple pour effacer tous les calculs précédant
- La commande **evalf** : donne une évaluation proche de ce qui est entre les parenthèses. Exp: evalf(3**(1/2)) == 1,732…
- On peut fixer le nombre de chiffres significatifs par **Digits** (par défaut 10) comme:

Digits := 3: evalf(1/3); → 0,333

evalf(10/3, 3); → 1,33

Chapitre III : MAPLE
2. Premiers pas avec MAPLE

III.2.1) Les commandes (suite)

- Les lettres grecques : α, β, λ dans Maple *alpha, beta, lambda*…
- L'infinie ∞ dans Maple *infinity*.
- Le nombre π dans Maple Pi, et e est exp(1)
- Les fonctions mathématiques: exponentielle exp(), logarithme log(), trigonométriques sin(), cos(), tan()…

Chapitre III : MAPLE
3. Les variables

- Les variables dans Maple sont des objets mathématiques.
- Maple différencie entre **majuscule** et **minuscule** dans les noms de variables.
- Le contenu d'une variable peut être calculé en fonction d'une autre variable, comme:

Chapitre III : MAPLE
3. Les variables

y := 2:
x := 5+y: (**x** contient **7**)
y := 3; (**x** contient toujours **7** et ne change pas si **y** change)

unassign('x') permet de vider le contenu d'une variable comme **restart** qui vide tout.

Chapitre III : MAPLE
4. Utilisation des nombres entiers

Rappels:

- **x** est le **PPCM** (Plus Petit Commun Multiple) de **a** et **b** si **a** divise **x**, **b** divise **x** et s'il n'existe pas de **x'** < **x** dont **a** et **b** divisent **x'**

  exp: a=10, b=12, x=60

- **x** est le **PGCD** (Plus Grand Commun Diviseur) de **a** et **b** si **x** divise **a**, **x** divise **b** et s'il n'existe pas de **x'** > **x** qui divise **a** et **b**

  exp: a=10, b=12, x=2

- Un **nombre premier** est un nombre entier positif qui n'a pas de diviseur autre que 1 et lui-même.

  exp: a=7

- **Deux nombres** entiers positives sont **premiers entre eux** s'ils n'ont pas de diviseur commun.

  exp: a=7, b=3

Chapitre III : MAPLE
4. Utilisation des nombres entiers

- Dans une division entière, le quotient dans Maple **iquo(m,n,'r')**, et le reste est **irem(m,n,'q')**

  exp: iquo(5,2)=2 et irem(5,2)=1 ou iquo(5,2, 'x')=2 et x=1 le reste.

- Le PGCD dans Maple **igcd(x_1, x_2,…)**, et PPCM est **ilcm(x_1, x_2,…)**

  exp: igcd(10,12)=2 et ilcm(10,12)=60

- Pour vérifier si un nombre est premier **isprime()**

  exp: isprime(5)=true et isprime(10)=false

- Pour trouver le prochain et le précédent nombre premier par rapport à x **nextprime(x)**, **prevprime(x)**

  exp: nextprime(5)=7 et prevprime(5)=3

- Pour trouver le $x^{ième}$ nombre premier **ithprime(x)**

  exp: ithprime(4)=7 (2, 3, 5, 7)

- Pour trouver les facteurs premiers d'un nombre entier: **ifactor(x)**

  exp: ifactor(12); → $(2)^2(3)$

Chapitre III : MAPLE
5. Les nombres complexes

- Un nombre complexe (a+ib) dans Maple **a+I*b;**

  tel que I == (-1)**(1/2) == sqrt(-1)

- Parties imaginaire et réelle sont **Im(c)** et **Re(c)**
- Le **module** de **c** est **abs(c)** = sqrt(a^2+b^2);
- L'**argument** de **c** est **argument(c)**

  argument(x) = t ssi x = abs(x) * e^{I*t}, $-\pi < t <= \pi$

- Le **conjugué** de c est **conjugate(c)** = a-I*b
- Pour évaluer un complexe: **evalc(x)** pour l'afficher sous forme a+I*b

Chapitre III : MAPLE
6. Les polynômes

Un polynôme est un objet arithmétique dans Maple.

Deux façons pour définir un polynôme:

- Par une expression: exp. $2x^2+3x+1$

  Dans Maple: $P := 2*x**2+3*x+1$

  x doit être une variable non affectée.

Pour évalué le polynôme pour (x = 1 par exemple) on utilise **subs(x=1, P)**

Chapitre III : MAPLE
6. Les polynômes

- Par une fonction polynomiale: exp. $2x^2+3x+1$

Dans Maple: $P:=(t)->2*t**2+3*t+1$

t est une variable de la fonction et on ne peut pas l'utiliser en dehors du polynôme.

Pour évalué le polynôme pour (t =1 par exemple) on appel le polynôme **P(1);**

Chapitre III : MAPLE
6. Les polynômes

Quelques fonction Maple:

- **simplify()** permet de simplifier le polynôme

exp: P:=(x+1)*(x-1); simplify(P); → x^2-1

- **factor()** permet de factoriser le polynôme

exp: P:=2*x^3+3*x^2+x; factor(P); → x(x+1)(2x+1)

- **expand()** permet simplifier et ordonner une expression

exp: expand(cos(a+b)); → cos(a)cos(b)-sin(a)sin(b)
expand(sin(a+b)); → sin(a)cos(b)+cos(a)sin(b)

- **sort()** permet de trier une expression par ordre décroissant des exposants

exp: sort([3,2,1]); → [1,2,3] sort(1+x+x^2); → x^2+x+1

- **solve()** donne les racines du polynôme

exp: solve(f=m*x, x); → f/m solve(x^4-5*x^2+6*x=2, x); → $1,1,\sqrt{3}-1,-\sqrt{3}-1$

- **degree() et ldegree()** donne le degré et le petit degré du polynôme

exp: degree(2/x^2+5+7*x^3,x); → 3 ldegree(2/x^2+5+7*x^3,x); → -2

Chapitre III : MAPLE
7. Séquences, listes et ensembles

Une variable dans Maple peut contenir des **objets** comme par exemple les racines d'un polynôme, les nombres premiers entre 1 et 50, …

Ces variables peuvent être des **séquences**, des **listes** ou des **ensembles**.

Chapitre III : MAPLE
7. Séquences, listes et ensembles

III.7.1) Les séquences

Une séquence est une **succession d'objets** séparés par des virgules

•On **crée** une séquence par **seq()**

exp. S:=seq(x**3+1,x=1..5); → S=2,9,28,65,126

•On **concatène** des séquences en les écrivant séparées par des virgules

exp. S:=seq(x**3+1,x=1..5),seq(2*x,x=1..10); → S = 2, 9, 28, 65, 126, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20

III.7.2) Les listes

Une liste contient une séquence dont les éléments sont **indexés** et peuvent se **répéter**.

exp. L:=[1,2,3,1,2,3,1,2,3]

- **Créer** une liste en utilisant les **crochets**
  exp. L:=[seq(x**2,x=1..5)]; → L=[1,4,9,16,25]
- **nops(L)** retourne le nombre d'éléments dans la liste
  exp. nops(L); → 5
- **op(L)** retourne le contenu de la liste
  exp. op(L); → 1,4,9,16,25
- **op(n, L)** retourne le n^ième élément de la liste
  exp. op(2,L); → 4
- **member(x, L)** vérifie si la liste contient l'élément x
  exp. member(25,L); → true

Attention:

L := [op(L1),op(L2)]	crée une liste contenant les éléments de L1 suivis de ceux de L2
L := op(L1),op(L2)	crée une séquence (concaténation)
L := [L1,L2]	crée une liste contenant 2 éléments de type liste

III.7.3) Les ensembles

Un ensemble contient une séquence mais les éléments **ne sont pas ordonnés** (on ne peut pas chercher le n^ième élément dans l'ensemble) et ne se **répètent pas**.

- **Créer** un ensemble par des accolades **E:={…}**
- **nops(E)** retourne le nombre d'éléments de l'ensemble
- **op(E)** retourne le contenu de l'ensemble
- **member(x, E)** vérifie si la liste contient l'élément x
- **union, intersect, minus** opérations ensemblistes classiques.
- **Réunion** de deux ensembles **E:={op(E1),op(E2)}**

```
exp. E1:={seq(x^2,x=1..5)};  → E1={1,4,9,16,25}
E2:={seq(x^2,x=1..4)};       → E1={1,4,9,16}
E1 union E2;                 → {1,4,9,16,25}
E:={op(E1),op(E2)};          → {1,4,9,16,25}
E1 intersect E2;             → {1,4,9,16}
E1 minus E2;                 → {25}
```


III.8.1) Les tests booléen

a=b renvoie 'true' si a et b sont égaux, 'false' sinon.
a<>b renvoie 'true' si a et b sont différent, 'false' sinon.
a>b (a≥b) renvoi 'true' si a est strictement supérieur (supérieur ou égale) à b, 'false' sinon
a<b (a≤b) renvoi 'true' si a est strictement inférieur (inférieur ou égale) à b, 'false' sinon

On peut combiner ces tests élémentaires. Soit A et B des tests élémentaires.
(A) and (B) renvoie 'true' si A et B sont vrais, 'false' sinon.
(A) or (B) renvoie 'true' si A ou B sont vrais, 'false' sinon.
not(A) renvoie 'true' si A est faux, 'false' sinon.

III.8.1) Les tests booléen(suite)

exp.
`(isprime(a))or((irem(a,b)=0)and(not(isprime(b))))`
Si a est un nombre premier ou si b divise a et b n'est pas premier.

III.8.2) Les tests conditionnels

if *condition* **then** *instruction1* **else** *instruction2* **fi**;

exp: `a:=2:b:=3:if (a=b) then a:=1 else b:=1 fi;` → `b=1`

Chapitre III : MAPLE
8. Les tests

III.8.2) Les tests conditionnels (suite)

On peut imbriquer des tests conditionnels comme suit:

if *condition1* **then** *instruction1* **elif** *condition2* **then** *instruction2* **elif** condition3 **then** *instruction3…* **else** *instruction* **fi**;

exp.

```
if (x1<x2) then y:=1 elif (x1=x2) then y:=2 elif
  (x1>x2) then y:=3 else y:=4 fi;
```


Chapitre III : MAPLE
9. Les boucles

III.9.1) Boucle 'for'

for *compteur* **from** *ini* **to** *fin* **by** *incrément* **do** *instruction* **od;**

exp: `a:=0:for c from 0 to 10 by 1 do a:=a+1 od;`

III.9.2) Boucle 'while'

while *condition* **do** *instruction* **od;**

exp: `a:=0:while a<10 do a:=a+1 od;`

Chapitre III : MAPLE
10. Les procédures

Une procédure permet de regrouper plusieurs instructions. Elle est stockée dans une variable.

Syntaxe:

```
nom := proc(parameters)
local varlocs;
global varglobs;
options ops;
instructions
end;
```

tel que:

nom: le nom de la procédure.

varlocs: séquence de variables locales. Leurs portée est à l'intérieur de la procédure

varglobs: séquence de variables (séparées par des virgules) définies à l'extérieur de la procédure

options: indique certains modes de fonctionnement (exp. remember pour garder les résultats partiels en mémoire…)

Chapitre III : MAPLE
10. Les procédures

Pour exécuter une procédure on l'appel avec son nom et ses paramètres :

`nom(param1, param2,…);`

exp.

Une procédure pour afficher ‘k’ fois le mot « toto »

```
totoproc:=proc(k)
local i;
for i from 1 to k do
print("toto");
od;
end;
```

On l’appel comme suit: `totoproc(25);`

exp.

Une procédure qui prend en argument une liste

```
somme:=proc(L)
local i,s;
s:=0;
for i from 1 to nops(L) do
s:=s+op(i,L);
od;
print("s=",s);
end;
```

On l’appel comme suit: `somme([1,1,2,3,5,8]);`

→ `"s=",20`

III.11.1) Équations simples

La résolution d’une équation simple se fait avec Maple par la fonction:

`solve(équation, variable);`

tel que:

équation: est l’équation à résoudre, et l’égalité est prise par défaut = 0 si aucune égalité n’est précisée.

variable: est la variable (ou les variables) à déterminer pour que l’équation soit vèrifiée. Si aucune variable n’est spécifiée, Maple utilisera toutes les variables de l’équation non affectées.

exp.

```
solve(2*x^2+x-1);
```

→ `½,-1`

III.11.2) Système d’équations

La résolution d’un système d’équation se fait encore avec Maple par la fonction:

`solve({`$\mathbf{equ_1,\ldots,equ_n}$`}, {`$\mathbf{var_1,\ldots,var_n}$`});`

tel que:

$equ_1,\ldots,equ_n$: sont les équations qui forment le système.

$var_1,\ldots,var_n$: sont les variables des équations.

exp.

```
solve({x1+1,x2+2,x3+3},{x1,x2,x3});
```

→ `{x1=-1,x2=-2,x3=-3}`

Chapitre III : MAPLE
11. Résolution d'équations

III.11.3) Interprétation graphique

Pour visualiser graphiquement les solutions d'une équation on utilise l'une des commandes:

```
implicitplot(equ,x=a..b,y=c..d,options);
```

ou

```
implicitplot3d(equ, x=a..b,y=c..d,z=e..f,options);
```

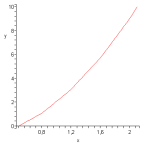
qui se trouvent dans la bibliothèque '**plots**'

Cette bibliothèque devrait être chargée avec `with(plots);`

tel que **options**: est optionnel, permet de définir la couleur, le titre, les axes… du graphe.

exp.

```
implicitplot(2*x^2+x-1=y,x=0..10,y=0..10);
```



Chapitre III : MAPLE
12. Vecteurs et matrices

III.12.1) Vecteurs

Pour créer un vecteur on utilise les commandes de la librairie '**linalg**' suivantes:

`vector([x1,…,xn]);`	pour un vecteur de 'n' éléments
`vector(n,[x1,…,xn]);`	pour un vecteur de 'n' éléments
`vector(n);`	pour un vecteur de 'n' éléments nuls
`vector(n,f);`	pour un vecteur de 'n' éléments avec le $i^{ème}$ élément = f(i)

Chapitre III : MAPLE
12. Vecteurs et matrices

III.12.1) Vecteurs (suite)

exp.

```
with(linalg):
```

`vector([1,2,3]);`	[1, 2, 3]
`vector(3,[1,2,3]);`	[1, 2, 3]
`vector(4,[1,2,3]);`	[1, 2, 3,?$_4$]
`vector(3);`	[?$_1$, ?$_2$, ?$_3$]
`f:=(t)->t+1:vector(3,f);`	[2, 3, 4]

Chapitre III : MAPLE
12. Vecteurs et matrices

III.12.2) Matrices

Pour créer une matrice on utilise les commandes de la librairie '**linalg**' suivantes:

`matrix(L);`	pour une matrice dont les lignes sont les éléments de la liste 'L'.
`matrix(m,n);`	pour une matrice de 'm' lignes et 'n' colonnes et les éléments sont indéfinis.
`matrix(m,n,L);`	pour une matrice de 'm' lignes et 'n' colonnes et les lignes sont les éléments de la liste 'L'.
`matrix(m,n,f);`	pour une matrice de 'm' lignes et 'n' colonnes avec l'éléments M[i,j] = f(i,j)

Chapitre III : MAPLE
12. Vecteurs et matrices

III.12.2) Matrices (suite)

exp.

```
with(linalg):
matrix([[1,2,3],[4,5,6]]);
```
$$\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\end{bmatrix}$$

```
matrix(2,3);
```
$$\begin{bmatrix}?_{1,1} & ?_{1,2} & ?_{1,3}\\ ?_{2,1} & ?_{2,2} & ?_{2,3}\end{bmatrix}$$

```
matrix(2,3,[[1,2,3],[4,5,6]]);
```
$$\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\end{bmatrix}$$

```
f:=(t1,t2)->t1+t2:matrix(2,3,f);
```
$$\begin{bmatrix}2 & 3 & 4\\ 3 & 4 & 5\end{bmatrix}$$

Chapitre III : MAPLE
12. Vecteurs et matrices

III.12.3) Opérations sur les matrices

- La somme, le produit et le produit par un scalaire des matrices se fait tout simplement on utilisant les opérations habituelles:

A+B; A*B; A*k;

- **vectdim(V)** permet de calculer la dimension d'un vecteur.
- **rowdim(M)** et **coldim(M)** permet de calculer le nombre de lignes et colonnes d'une matrice.
- **transpose(M)** permet de calculer la transposée d'une matrice.
- **det(M)** permet de calculer le déterminant d'une matrice.
- **trace(M)** permet de calculer la trace d'une matrice. $\sum a_{ii}$
- **inverse(M)** permet de calculer la matrice inverse d'une matrice si possible. $A \cdot A^{-1} = I$ (*I* matrice identité: diagonale 1 le reste 0)
- **evalm(M)** permet de d'afficher M en évaluant ces éléments.
- **linsolve(A,B)** permet de résoudre le système linéaire A.X=B

Exp: $\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases}x_1+2\cdot x_2=1\\ 3\cdot x_1+4\cdot x_2=1\end{cases} \Rightarrow linsolve(\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix});\rightarrow [-1,1]$

Chapitre III : MAPLE
12. Vecteurs et matrices

III.12.3) Opérations sur les matrices(suite)

exp.

```
with(linalg):
A:=matrix([[2,3],[4,5]]);
```
→ $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}$

```
B:=matrix([[7,8],[9,10]]);
```
→ $B=\begin{bmatrix}7 & 8\\ 9 & 10\end{bmatrix}$

```
C:=A+B;
C:=A.B;
C:=A*3;
rowdim(A);coldim(A);
```
→ 2, 2

```
transpose(A);
```
→ $\begin{bmatrix}2 & 4\\ 3 & 5\end{bmatrix}$

```
det(A);
```
→ -2

```
trace(A);
```
→ 7

```
inverse(A);
```
→ $\begin{bmatrix}-5/2 & 3/2\\ 2 & -1\end{bmatrix}$

```
C;evalm(C);
```
→ 3A, $\begin{bmatrix}6 & 9\\ 12 & 15\end{bmatrix}$

```
linsolve(A,B);
```
→ $\begin{bmatrix}-4 & -5\\ 5 & 6\end{bmatrix}$

Chapitre III : MAPLE
13. Les graphiques

Avant d'utiliser les commandes graphiques de Maple il faut charger la librairie 'plots'

II.13.1) Les graphes classiques

Les commandes classiques pour les graphiques sont:

```
plot(f, h);
plot3d(f, h, v);
```

tel que:

f: la fonction ou l'expression à dessiner

h: l'intervalle horizontal

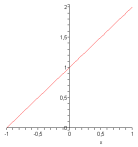
v: (optionnel) l'intervalle vertical

Chapitre III : MAPLE
13. Les graphiques

III.13.1) Les graphes classiques(suite)

exp.

```
plot(x+1, x=-1..1);
```



```
plot3d(sin(x+y), x=-1..1, y=-1..1);
```

Chapitre III : MAPLE
13. Les graphiques

III.13.2) Les graphes implicites

Les commandes pour les graphes implicites sont:

```
implicitplot(équation,intervalle1,intervalle2,options);
implicitplot3d(équation,intervalle1,intervalle2,
               intervalle3,options);
```

tel que:

équation: l'équation à dessiner ses racines

Intervalle1/2/3: simultanément l'intervalle des x/y/z

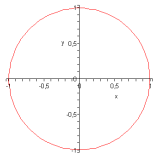
options: (optionnel) pour définir les options du graphe (couleur, titre, axes, légende…)

Chapitre III : MAPLE
13. Les graphiques

III.13.2) Les graphes implicites (suite)

exp.

```
implicitplot(x^2+y^2=1,x=-2..2,y=-2..2);
```



```
implicitplot3d(x^2+y^2+z^2=1,x=-2..2,y=-2..2,z=-2..2);
```