

TD N°04

GRAPHES ET ARBRES

Exercice n°01

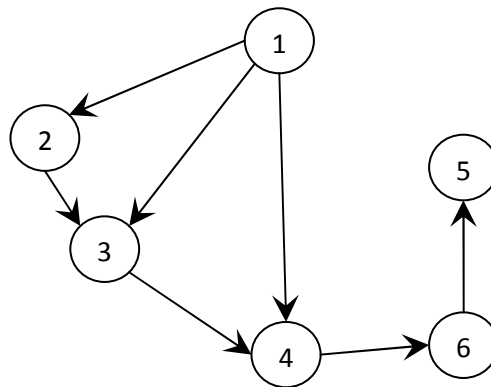
1. Construire tous les arbres qu'on peut former avec 4 nœuds.
2. Construire tous les arbres enracinés qu'on peut former avec 4 nœuds.
3. Construire tous les arbres binaires enracinés qu'on peut former avec 4 nœuds.

Exercice n°02

Soit le graphe orienté $G = \langle S, A \rangle$ suivant :

avec $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (3,4), (4,6), (6,5)\}$



1. Construire la matrice d'incidence du graphe G .
2. Construire la liste d'adjacence du graphe G .
3. Construire un arbre enraciné en « 1 » en utilisant un sous-graphe de G avec une profondeur minimale.
4. Construire un arbre enraciné en « 1 » en utilisant un graphe partiel de G avec un maximum de nœuds et une profondeur maximale.

Exercice n°03

On souhaite prélever 4 litres de liquide dans un tonneau. Pour cela, on dispose de deux récipients (non gradués !), l'un de 5 litres et l'autre de 3 litres.

1. Dessiner un graphe orienté, dont les sommets sont étiquetés par un couple donnant le contenu du récipient de 5 litres et celui du récipient de 3 litres. Dans ce graphe, une arête entre deux sommets signifiera qu'on peut passer d'une configuration à une autre.
2. En déduire une méthode pour prélever les 4 litres.

CORRECTION DU TD N°04

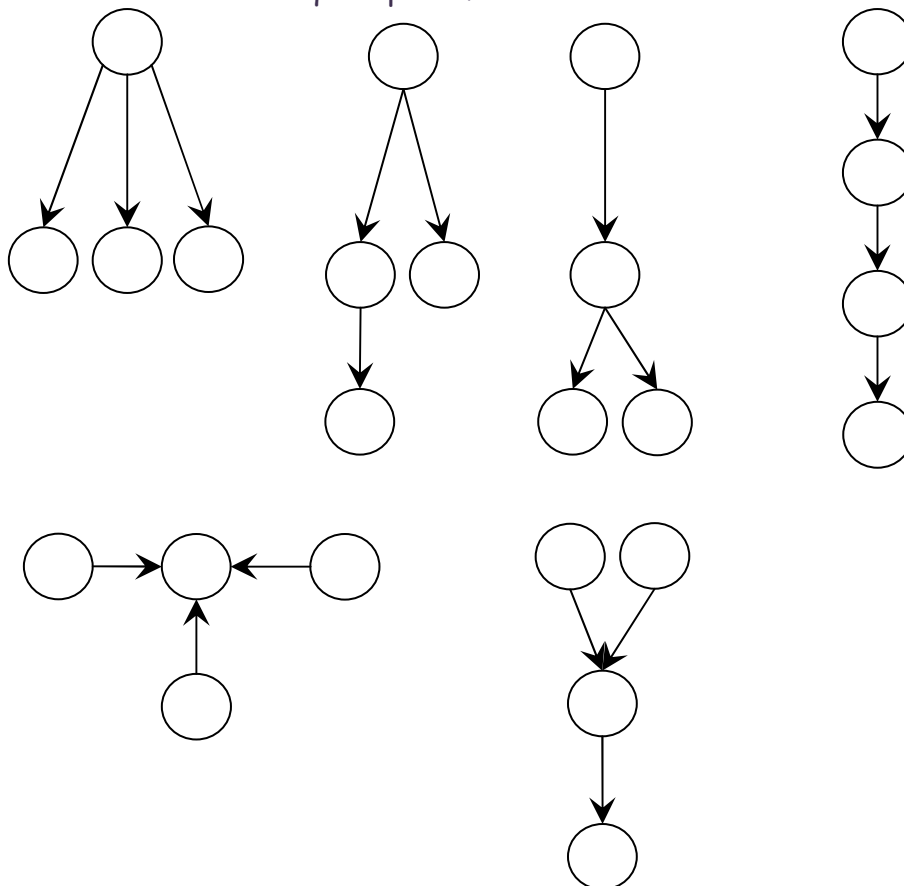
GRAPHES ET ARBRES

Exercice n°01

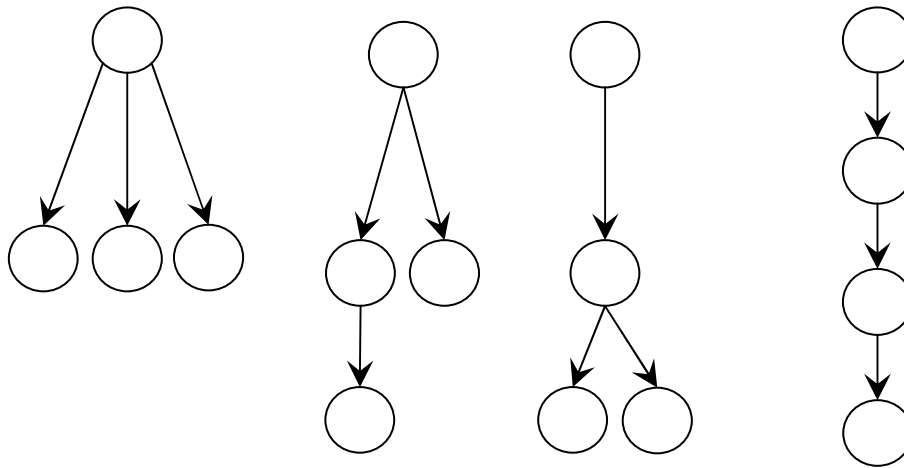
1. Construire tous les arbres qu'on peut former avec 4 nœuds.
2. Construire tous les arbres enracinés qu'on peut former avec 4 nœuds.
3. Construire tous les arbres binaires enracinés qu'on peut former avec 4 nœuds.

Réponse :

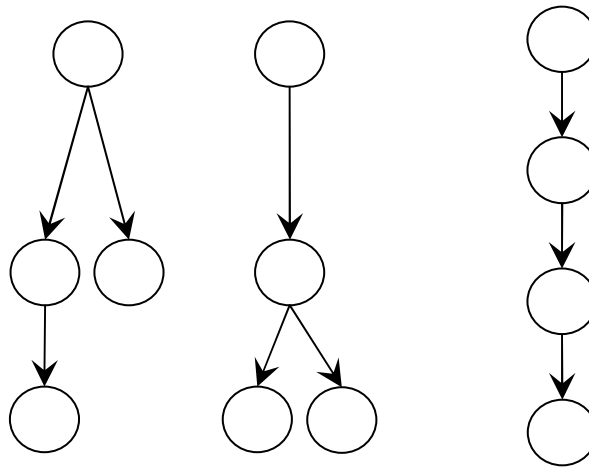
1. Construire tous les arbres qu'on peut former avec 4 nœuds.



2. Construire tous les arbres enracinés qu'on peut former avec 4 nœuds.



3. Construire tous les arbres binaires enracinés qu'on peut former avec 4 nœuds.

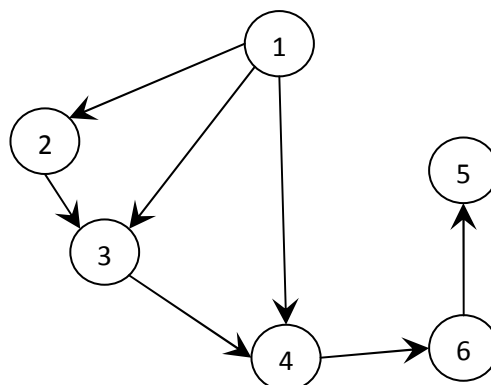


Exercice n°02

Soit le graphe orienté $G = \langle S, A \rangle$ suivant :

avec $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (3,4), (4,6), (6,5)\}$



1. Construire la matrice d'incidence du graphe G .
2. Construire la liste d'adjacence du graphe G .

3. Construire un arbre enraciné en « 1 » en utilisant un sous-graphe de G avec une profondeur minimale.
4. Construire un arbre enraciné en « 1 » en utilisant un graphe partiel de G avec un maximum de nœuds et une profondeur maximale.

Réponse :

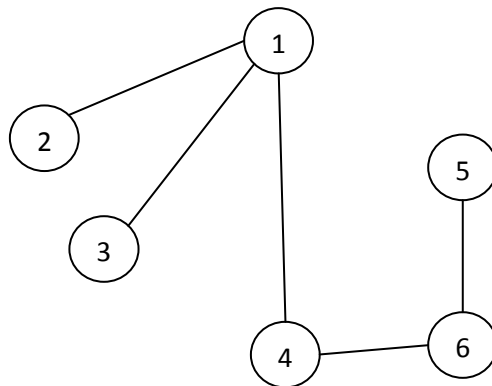
1. Construire la matrice d'incidence du graphe G .

	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,3)	(3,4)	(4,6)	(6,5)
1	1	1	1				
2	-1			1			
3	0	-1		-1	1		
4	0		-4		-1	1	
5	0						-1
6	0					-1	1

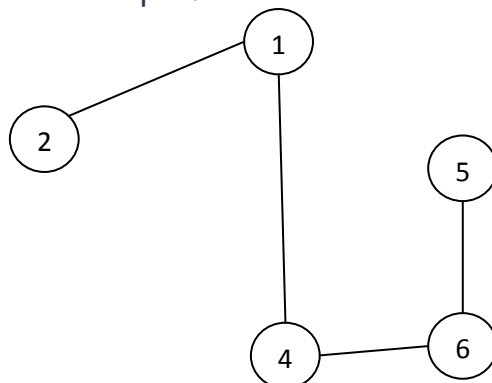
2. Construire la liste d'adjacence du graphe G .

((1, (2,3,4)), (2, (3)), (3, (4)), (4, (6)), (5, ()), (6, (5)))

3. Construire un arbre enraciné en « 1 » en utilisant un sous-graphe de G avec une profondeur minimale.



4. Construire un arbre enraciné en « 1 » en utilisant un graphe partiel de G avec un maximum de nœuds et une profondeur maximale.



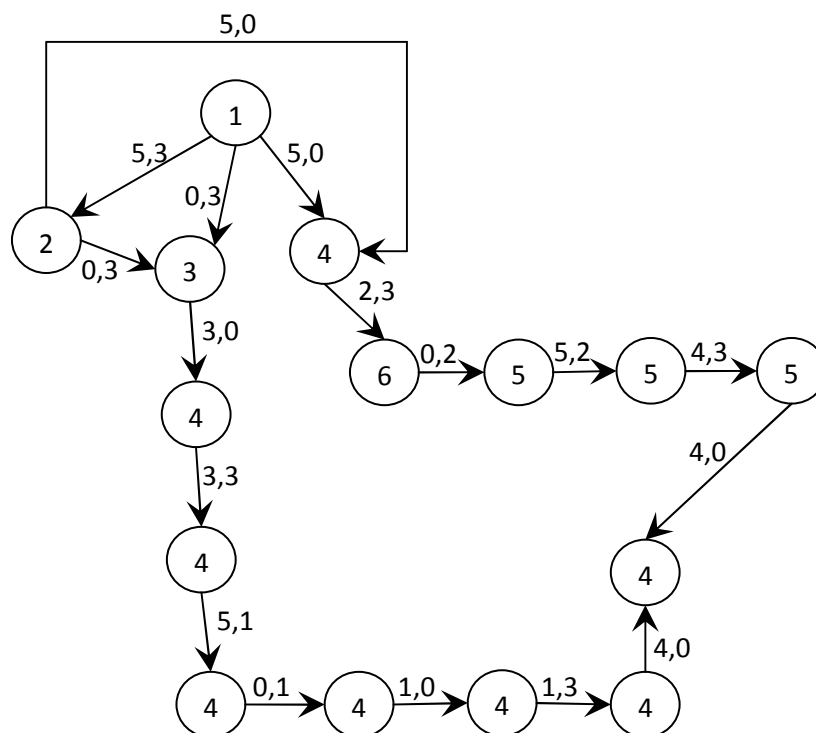
Exercice n°03

On souhaite prélever 4 litres de liquide dans un tonneau. Pour cela, on dispose de deux récipients (non gradués !), l'un de 5 litres et l'autre de 3 litres.

1. Dessiner un graphe orienté, dont les sommets sont étiquetés par un couple donnant le contenu du récipient de 5 litres et celui du récipient de 3 litres. Dans ce graphe, une arête entre deux sommets signifiera qu'on peut passer d'une configuration à une autre.
2. En déduire une méthode pour prélever les 4 litres.

Réponse :

1. Dessiner un graphe orienté, dont les sommets sont étiquetés par un couple donnant le contenu du récipient de 5 litres et celui du récipient de 3 litres. Dans ce graphe, une arête entre deux sommets signifiera qu'on peut passer d'une configuration à une autre.



2. En déduire une méthode pour prélever les 4 litres.

(0,3), (3,0), (3,3), (5,1), (0,1), (1,0), (1,3), (4,0)

(5,0), (2,3), (0,2), (5,2), (4,3), (4,0)