

TD N°02

SYSTÈMES DE RÉÉCRITURE

Exercice n°01

Dans un système de réécriture définie sur l'ensemble de symboles fonctionnelles $F=\{a:0, g:1, f:2\}$ et l'ensemble de variables $X=\{x\}$, on définit la règle de réécriture suivante : $f(a,x) \rightarrow g(x)$

Et soit la substitution $\sigma = \{x \rightarrow f(a,a)\}$

- Appliquer la substitution σ au terme : $t = g(x)$

Exercice n°02

Soit le système de réécriture constitué de la règle de réécriture suivante, sur l'ensemble de symboles fonctionnelles $F=\{.:2, a:0, b:0, (:0,):0\}$ et l'ensemble de variables $X=\{x, y, z\}$:

$(x.y).z \rightarrow x.(y.z)$

- Dites si ces termes sont corrects puis appliquer la règle du système :

$(a.b).a.b.a.b$

$a.(b.a)$

$() . a$

$((a.b)).b$

$(.) . a$

Exercice n°03

Soit un système de réécriture permettant de vérifier les parenthèses dans un programme.

L'ensemble de symboles fonctionnelles $F=\{(:0,):0, [:0,]:0, \{ :0, \} :0, < :0, > :0, a:0\}$ et l'ensemble de variables $X=\{x, y, z\}$.

Notons ε le mot vide.

Les règles de réécriture :

$() \rightarrow \varepsilon$ $[] \rightarrow \varepsilon$

$\{\} \rightarrow \varepsilon$ $\langle \rangle \rightarrow \varepsilon$

$(a) \rightarrow \varepsilon$ $[a] \rightarrow \varepsilon$

$\{a\} \rightarrow \varepsilon$ $\langle a \rangle \rightarrow \varepsilon$

1. Appliquer ces règles au mot : $([]\{\langle \rangle\}([() \{ \langle \rangle \}]))$

2. Vérifier si les mots suivants sont syntaxiquement corrects :

$(a(a\{a\}))$

$\langle [a][(a)(a)] (a) \rangle$

$\langle [a][(a)(a)] (aa) \rangle$

CORRECTION DU TD N°02

SYSTÈMES DE RÉÉCRITURE

Exercice n°01

Dans un système de réécriture définie sur l'ensemble de symboles fonctionnelles $F=\{a:0, g:1, f:2\}$ et l'ensemble de variables $X=\{x\}$, on définit la règle de réécritures suivante : $f(a,x) \rightarrow g(x)$

Et soit la substitution $\sigma = \{x \rightarrow f(a,a)\}$

- Appliquer la substitution σ au terme : $t = g(x)$

$$\sigma(t) = g(f(a,a)) = g(g(a))$$

Exercice n°02

Soit le système de réécriture constitué de la règle de réécriture suivante, sur l'ensemble de symboles fonctionnelles $F=\{.:2, a:0, b:0, (:0,):0\}$ et l'ensemble de variables $X=\{x, y, z\}$:

$$(x.y).z \rightarrow x.(y.z)$$

- Dites si ces termes sont corrects puis appliquer la règle du système :

$(a.b).a.b.a.b$

$a.(b.a)$

$() .a$

$((a.b)).b$

$(.) .a$

$(a.b).a.b.a.b$	Correct	$(a.b).a.b.a.b \rightarrow a.(b.a).b.a.b \rightarrow a.b.(a.b).a.b \rightarrow a.b.a.(b.a).b \rightarrow a.b.a.b.(a.b)$
$a.(b.a)$	Correct	$a.(b.a) \rightarrow$
$() .a$	Correct	$() .a \rightarrow$
$((a.b)).b$	Correct	$((a.b)).b \rightarrow$
$(.) .a$	Correct	$(.) .a \rightarrow .(a)$

Exercice n°03

Soit un système de réécriture permettant de vérifier les parenthèses dans un programme.

L'ensemble de symboles fonctionnelles $F=\{(:0,):0, [:0,]:0, \{ :0, \} :0, <:0, >:0, a:0\}$ et l'ensemble de variables $X=\{x, y, z\}$.

Notons ε le mot vide.

Les règles de réécritures :

$() \rightarrow \varepsilon$ $[] \rightarrow \varepsilon$

$\{\} \rightarrow \varepsilon$ $\langle \rangle \rightarrow \varepsilon$

$(a) \rightarrow \varepsilon$ $[a] \rightarrow \varepsilon$

$\{a\} \rightarrow \varepsilon$ $\langle a \rangle \rightarrow \varepsilon$

1. Appliquer ces règles au mot : $([]\{\langle \rangle\}([() \{\langle \rangle\}]))$

$([]\{\langle \rangle\}([() \{\langle \rangle\}])) \rightarrow (\varepsilon\{\langle \varepsilon \rangle\}([\varepsilon\{\varepsilon\}])) \rightarrow (\{\varepsilon\}([\varepsilon])) \rightarrow (\varepsilon(\varepsilon)) \rightarrow (\varepsilon) \rightarrow \varepsilon$

2. Vérifier si les mots suivants sont syntaxiquement corrects :

$(a(a\{a\}))$

$\langle \{[a]((a)(a))\}(a) \rangle$

$\langle \{[a]((a)(a))\}(aa) \rangle$

$(a(a\{a\})) \rightarrow (a(a\varepsilon)) \rightarrow (a\varepsilon) \rightarrow (a) \Rightarrow \text{Correct}$

$\langle \{[a]((a)(a))\}(a) \rangle \rightarrow \langle \{\varepsilon[\varepsilon\varepsilon]\}\varepsilon \rangle \rightarrow \langle \{[]\} \rangle \Rightarrow \text{Pas correct}$

$\langle \{[a]((a)(a))\}(aa) \rangle \rightarrow \langle \{\varepsilon[\varepsilon\varepsilon]\}(aa) \rangle \rightarrow \langle \{\varepsilon\}(aa) \rangle \rightarrow \langle \varepsilon(aa) \rangle \rightarrow \langle (aa) \rangle \Rightarrow \text{Pas correct}$