

CONTRÔLE DE RATRAPAGE SYSTÈME FORMELS

Questions de cours (5 pts)

1. Quel est l'inconvénient de la matrice d'incidence ?
2. Quelle est la différence entre un cycle et un circuit ?
3. Quand est-ce qu'on dit qu'une règle de réécriture est régulière ?
4. Qu'est-ce qu'une valuation d'un graphe ?
5. Quand est-ce qu'on dit qu'un graphe non orienté est connexe ?

Exercice 01 (5 pts)

Soit le système de réécriture suivant :

$F = \{\text{AND}:2, \text{OR}:2, \text{NOT}:1, \text{true}:0, \text{false}:0\}$ et l'ensemble de variables $X = \{x, y, z\}$ et soit l'ensemble de règles suivant :

$R = \{ \text{not}(\text{not}(x)) \rightarrow x ;$
 $\text{not}(\text{or}(x, y)) \rightarrow \text{and}(\text{not}(x), \text{not}(y)) ;$
 $\text{not}(\text{and}(x, y)) \rightarrow \text{or}(\text{not}(x), \text{not}(y)) ;$
 $\text{and}(x, \text{or}(y, z)) \rightarrow \text{or}(\text{and}(x, y), \text{and}(x, z)) ;$
 $\text{and}(\text{or}(x, y), z) \rightarrow \text{or}(\text{and}(x, y), \text{and}(y, z))$
 $\}$

1. Quelles sont les conditions de construction des règles de réécriture ? Quelles sont les règles de R qui ne sont pas des règles de réécriture ?
2. Appliquer les règles de réécriture aux termes suivants :
 $t1 = \text{not}(\text{not}(\text{not}(x)))$
 $t2 = \text{not}(\text{not}(\text{not}(\text{or}(x, y))))$
 $t3 = \text{not}(\text{not}(\text{not}(\text{and}(x, y))))$
 $t4 = \text{not}(\text{not}(\text{not}(\text{and}(x, \text{or}(y, y)))))$
 $t5 = \text{not}(\text{not}(\text{not}(\text{and}(\text{or}(x, x), y))))$

Exercice 02 (5 pts)

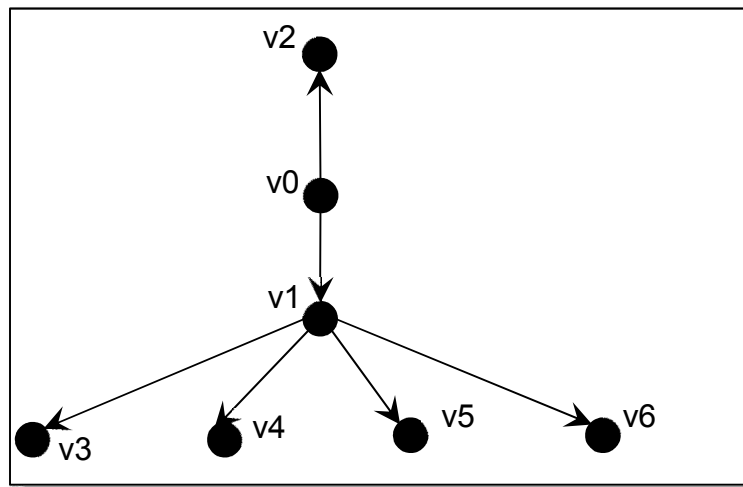
Le système formel de Douglas Hofstadter **SFDH**= $\langle A, \gamma, Ax, R \rangle$ est défini comme suit :

- L'alphabet $A = \{M, I, U\}$
- L'ensemble des mots γ : Toute suite de l'alphabet.
- Axiome: $Ax = \{ MI \}$
- L'ensemble des règles :
 $R = \{ wI \rightarrow wIU, Mw \rightarrow Mww, III \rightarrow U, UU \rightarrow \}$
 tel que : 'w' est un mot.

1. Est-ce que les suites de mots suivantes sont des preuves :
 $MI, MII, MIII, MU, MUU, M$
 $MII, MIIU, MIIUIIU$
 MU, MUU, M
2. Est-ce que les mots suivants sont des théorèmes : $MI, MII, MIIU, MIIUIIU$?

Exercice 03 (5 pts)

Soit le graphe G suivant :



1. Le graphe G est-il un arbre ?
2. Qu'elle est son type ?
3. Donner la profondeur de G.
4. Est-ce que G est complet ? est-ce qu'il est saturé ?
5. Comment on représente G en mémoire ?

NB: Le corrigé type vous le trouverez sur le site :

http://fac-sciences.univ-batna.dz/cs/enseignants/guezouli_larbi_site/

CORRECTION DU CONTRÔLE DE RATTRAPAGE SYSTÈME FORMELS

Questions de cours (5 pts)

1. Quel est l'inconvénient de la matrice d'incidence ? (1 pt)
La matrice d'incidence n'est pas utilisée dans le cas d'un graphe avec boucles.
2. Quelle est la différence entre un cycle et un circuit ? (1 pt)
Un cycle c'est une chaîne fermée dans un graphe non orienté ne passant pas 2 fois par la même arête. Mais un circuit est un chemin fermé dans un graphe orienté ne passant pas 2 fois par le même arc.
3. Quand est-ce qu'on dit qu'une règle de réécriture est régulière ? (1 pt)
Une règle de réécriture est **régulière** si $\text{Var}(r) = \text{Var}(l)$.
4. Qu'est-ce qu'une valuation d'un graphe ? (1 pt)
C'est l'association d'une valeur à chaque arête ou arc.
5. Quand est-ce qu'on dit qu'un graphe non orienté est connexe ? (1 pt)
Un graphe non orienté est **connexe** s'il existe une chaîne entre toute paire de sommets distincts.

Exercice 01 (5 pts)

Soit le système de réécriture suivant :

$F = \{\text{AND}:2, \text{OR}:2, \text{NOT}:1, \text{true}:0, \text{false}:0\}$ et l'ensemble de variables $X = \{x, y, z\}$ et soit l'ensemble de règles suivant :

$R = \{$
 $\text{not}(\text{not}(x)) \rightarrow x$;
 $\text{not}(\text{or}(x, y)) \rightarrow \text{and}(\text{not}(x), \text{not}(y))$;
 $\text{not}(\text{and}(x, y)) \rightarrow \text{or}(\text{not}(x), \text{not}(y))$;
 $\text{and}(x, \text{or}(y, z)) \rightarrow \text{or}(\text{and}(x, y), \text{and}(x, z))$;
 $\text{and}(\text{or}(x, y), z) \rightarrow \text{or}(\text{and}(x, y), \text{and}(y, z))$
 $\}$

1. Quelles sont les conditions de construction des règles de réécriture ? Quelles sont les règles de R qui ne sont pas des règles de réécriture ?
2. Appliquer les règles de réécriture aux termes suivants :
 $t1 = \text{not}(\text{not}(\text{not}(x)))$
 $t2 = \text{not}(\text{not}(\text{not}(\text{or}(x, y))))$
 $t3 = \text{not}(\text{not}(\text{not}(\text{and}(x, y))))$
 $t4 = \text{not}(\text{not}(\text{not}(\text{and}(x, \text{or}(y, y)))))$
 $t5 = \text{not}(\text{not}(\text{not}(\text{and}(\text{or}(x, x), y))))$

Réponse :

1. Les **conditions de construction** des règles de réécriture sont :

- Le membre gauche d'une règle de réécriture n'est pas une variable. (0.25 pts)
- L'ensemble des variables du membre droit est inclus dans l'ensemble des variables du membre gauche $\text{Var}(r) \subseteq \text{Var}(l)$ (0.25 pts)

Toutes les règles de R sont des règles de réécriture. (0.75 pts)

2. Application des règles de réécriture :

t1 = not(x) (0.75 pts)

t2 = not(not(and(not(x), not(y)))) (0.75 pts)

t3 = not(not(or(not(x), not(y)))) (0.75 pts)

t4 = not(not(not(or(and(x, y), and(x, y)))) (0.75 pts)

t5 = not(not(not(or(and(x, x), and(x, y)))) (0.75 pts)

Exercice 02 (5 pts)

Le système formel de Douglas Hofstadter **SFDH**=<A, γ , Ax, R> est défini comme suit :

- L'alphabet A = {M,I,U}
- L'ensemble des mots γ : Toute suite de l'alphabet.
- Axiome: Ax = { MI }
- L'ensemble des règles :
 $R = \{ wI \rightarrow wIU, Mw \rightarrow Mww, III \rightarrow U, UU \rightarrow \}$
tel que : 'w' est un mot.

1. Est-ce que les suites de mots suivantes sont des preuves :

MI, MII, MIII, MU, MUU, M

$MI \rightarrow_{(R2)} MII \rightarrow_{(R2)} MIII \rightarrow_{(R3)} MU \rightarrow_{(R2)} MUU \rightarrow_{(R4)} M$ (1 pt)

II, MIIU, MIIUIIU

N'est pas une preuve parce que ça ne commence pas par un axiome. (0.5 pts)

MU, MUU, M

N'est pas une preuve parce que ça ne commence pas par un axiome. (0.5 pts)

2. Est-ce que les mots suivants sont des théorèmes : MI, MII, MIIU, MIIUIIU ?

MI est un axiome, donc c'est un théorème. (0.75 pts)

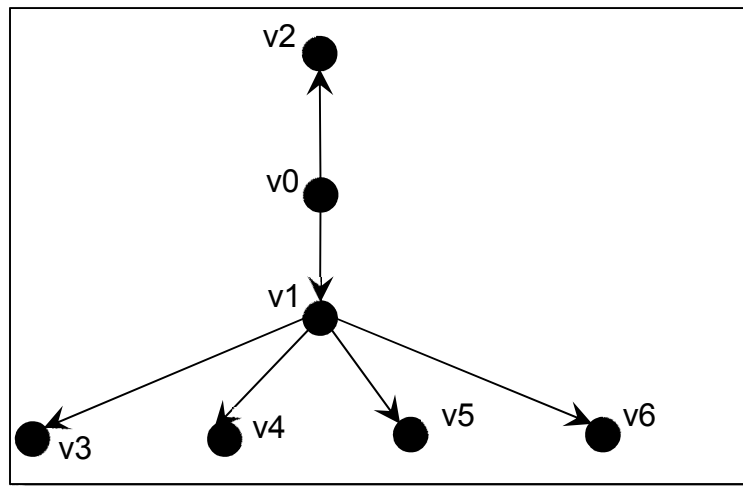
On appliquant la 2^{ème} règle on trouve $MI \rightarrow MII$ donc MII est un théorème aussi. (0.75 pts)

On appliquant la 1^{ère} règle on trouve $II \rightarrow IUI$ donc MIIU est un théorème aussi. (0.75 pts)

On appliquant encore la 2^{ème} règle on trouve $IIU \rightarrow IUIUI$ donc MIIUIIU est un théorème aussi. (0.75 pts)

Exercice 03 (5 pts)

Soit le graphe G suivant :



1. Le graphe G est-il un arbre ?
G est un graphe connexe et sans cycle, donc c'est un arbre. (1 pt)
2. Quelle est son type ?
G est un arbre 4-aire. (1 pt)
3. Donner la profondeur de G.
La profondeur de G est 2. (1 pt)
4. Est-ce que G est complet ? est-ce qu'il est saturé ?
G n'est pas complet parce que les nœuds n'ont pas tous 0 ou 4 fils. (0.5 pt)
Il n'est pas saturé parce que les chemins n'ont pas tous un nombre maximal de nœuds. (0.5 pt)
5. Comment on représente G en mémoire ? (1 pt)

Ça sera une représentation récursive d'un arbre k-aire.
Un nœud est représenté par une valeur et deux pointeurs:

- un pointeur vers le premier fils
- un autre vers la liste des frères.

