

CONTRÔLE FINAL 3^{ÈME} ANNÉE LICENCE - ISI

Questions de cours (5 pts)

1. Il existe deux type de règles de dérivation dans les systèmes formels, lesquels ?
2. Une preuve est une suite finie de mots $w_1 w_2 \dots w_k$. Que contient un w_i ?
3. Donner la définition d'un théorème dans un système formel?
4. Dans un système de réécriture, que signifie l'arité d'un symbole fonctionnel ?
5. Soit $F = \{a:0, b:0, c:2\}$ et $X = \{x, y\}$
Quelles sont les positions de $x, a, c(a,y)$ dans le terme: $t = c(x, c(a, y)) \in T(F,X)$

Exercice 01 (5 pts)

On rappelle que la division entière de deux entiers donne un entier. (Exp. $10 / 3$ donne 3 et non pas 3.33). On appelle la fonction qui fait la division entière par $\text{DIVINT}(a,b)$.

1. On utilisant cette fonction, donner l'algorithme d'une fonction récursive $\text{NbChiffres}()$ qui calcule le nombre de chiffres dans un entier.
2. Dans votre algorithme, préciser le cas terminal, les appels récursifs et l'appel récursif terminal.

Exercice 02 (5 pts)

Soit le système formel $\text{SF} = \langle A, \gamma, Ax, R \rangle$ défini comme suit : $A = \{a,b,c\}$

$\gamma = \{a^n b c^m \text{ avec } (n,m) \in \mathbb{N}^2\}$

$Ax = \{a^{2i} b c^{2i} \text{ avec } i \in \mathbb{N}\}$

$R = \{(a^n b c^m, a^k b c^p) \rightarrow a^{n+k} b c^m\}$

1. Est-ce que les mots suivants sont des théorèmes : $a^6 b c^2, a^2 b c^4, abc, a^{10} b$?
2. Donner toutes les formes de théorèmes possibles dans SF.

Exercice 03 (5 pts)

Soit le graphe orienté $G = \langle S, A \rangle$ avec $S = \{a, b, c, d, e, f\}$, tel que :

Les fils de 'a' sont 'b', 'c', 'd'

Le fils de 'b' est 'c'

Les fils de 'd' sont 'c' et 'f'

Le fils de 'e' est 'f'

1. Dessiner le graphe G.
2. Construire la matrice d'incidence du graphe G.
3. Construire la liste d'adjacence du graphe G.
4. Construire un arbre enraciné en 'a' en utilisant un sous-graphe de G avec une profondeur minimale.
5. Construire un arbre enraciné en 'a' en utilisant un graphe partiel de G avec un maximum de nœuds et une profondeur maximale.

Bonne chance...

NB: Le corrigé type vous le trouverez sur le site :

http://fac-sciences.univ-batna.dz/cs/enseignants/guezouli_larbi_site/

CORRECTION DU CONTRÔLE FINAL

3^{ÈME} ANNÉE LICENCE - STIC

Questions de cours (5 pts)

1. Il existe deux type de règles de dérivation dans les systèmes formels, lesquels ?
Règles de production et de réécriture.
2. Une preuve est une suite finie de mots $w_1 w_2 \dots w_k$. Que contient un w_i ?
Un w_i est soit un axiome soit se déduit des w_j ($j < i$) par l'une des règles de production.
3. Donner la définition d'un théorème dans un système formel?
Dans un système formel un théorème est un mot T tel que: il existe une preuve $w_1 w_2 \dots T$
4. Dans un système de réécriture, que signifie l'arité d'un symbole fonctionnel ?
Un symbole fonctionnel $f \in F$ est **d'arité** n veut dire qu'il accepte n opérandes, et on écrit $f(t_1, \dots, t_n)$ avec les t_i sont des termes.
5. Soit $F = \{a:0, b:0, c:2\}$ et $X = \{x, y\}$
Quelles sont les positions de $x, a, c(a, y)$ dans le terme: $t = c(x, c(a, y)) \in T(F, X)$
 $t(x) = 1$
 $t(a) = 21$
 $t(c(a, y)) = 2$

Exercice 01 (5 pts)

On rappelle que la division entière de deux entiers donne un entier. (Exp. $10 / 3$ donne 3 et non pas 3.33). On appelle la fonction qui fait la division entière par $\text{DIVINT}(a, b)$.

1. On utilisant cette fonction, donner l'algorithme d'une fonction récursive $\text{NbChiffres}()$ qui calcule le nombre de chiffres dans un entier.
2. Dans votre algorithme, préciser le cas terminal, les appels récursifs et l'appel récursif terminal.

Réponse :

```
int NbChiffres(int n) {  
    int x = DIVINT(n, 10);  
    if (x == 0) return 1;  
    else return 1+NbChiffres(x);  
}; (4.25 pts)
```

Le cas terminal : `if (DIVINT(n, 10) == 0)` (0.25 pt)

L'appel récursif : `NbChiffres(x)` (0.25 pt)

L'appel récursif terminal: `NbChiffres(x)` (0.25 pt)

Exercice 02 (5 pts)

Soit le système formel $\text{SF} = \langle A, \gamma, Ax, R \rangle$ définit comme suit :

$A = \{a, b, c\}$

$\gamma = \{a^n b c^m \text{ avec } (n, m) \in \mathbb{N}^2\}$

$Ax = \{a^{2i} b c^{2i} \text{ avec } i \in \mathbb{N}\}$

$R = \{(a^n b c^m, a^k b c^p) \rightarrow a^{n+k} b c^m\}$

1. Est-ce que les mots suivants sont des théorèmes : $a^6 b c^2, a^2 b c^4, abc, a^{10} b$?
2. Donner toutes les formes de théorèmes possibles dans SF.

Réponse :

1. Vérification des théorèmes :

$(a^2bc^2, a^4bc^4) \rightarrow a^6bc^2$ théorème (1 pt)

$(b, a^{10}bc^{10}) \rightarrow a^{10}b$ théorème (1 pt)

a^2bc^4 pas théorème (0.5 pt)

abc pas théorème (0.5 pt)

2. Pour trouver toutes les formes de théorèmes on applique la règle aux axiomes de différentes manières :

$(a^{2i}bc^{2i}, b) \rightarrow a^{2i}bc^{2i}$ (0.5 pt) (tous les axiomes sont des théorèmes) (0.5 pt)

$(b, a^{2i}bc^{2i}) \rightarrow a^{2i}b$ (0.5 pt)

$(a^{2i}bc^{2i}, a^{2k}bc^{2k}) \rightarrow a^{2(i+k)}bc^{2i}$ (0.5 pt)

Donc les formes possibles des théorèmes sont : $a^{2i}bc^{2i}$, $a^{2i}b$, $a^{2(i+k)}bc^{2i}$

Exercice 03 (5 pts)

Soit le graphe orienté $G = \langle S, A \rangle$ avec $S = \{a, b, c, d, e, f\}$, tel que :

Les fils de 'a' sont 'b', 'c', 'd'

Le fils de 'b' est 'c'

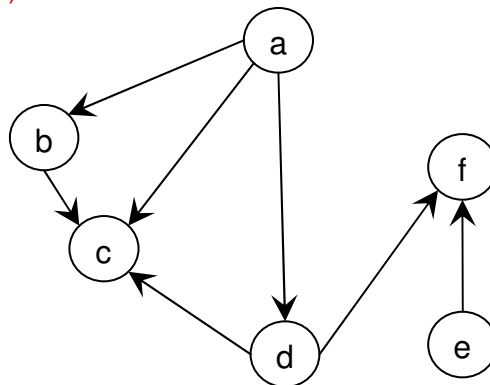
Les fils de 'd' sont 'c' et 'f'

Le fils de 'e' est 'f'

1. Dessiner le graphe G.
2. Construire la matrice d'incidence du graphe G.
3. Construire la liste d'adjacence du graphe G.
4. Construire un arbre enraciné en 'a' en utilisant un sous-graphe de G avec une profondeur minimale.
5. Construire un arbre enraciné en 'a' en utilisant un graphe partiel de G avec un maximum de nœuds et une profondeur maximale.

Réponse :

1. Dessin du graphe (1 pt)



2. La matrice d'incidence : (1 pt)

	(a,b)	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(d,c)	(d,f)	(e,f)
a	1	1	1	0	0	0	0
b	-1	0	0	1	0	0	0
c	0	-1	0	-1	-1	0	0
d	0	0	-1	0	1	1	0
e	0	0	0	0	0	0	1
f	0	0	0	0	0	-1	-1

3. La liste d'adjacence :

((a,(b,c,d)),(b,(c)),(c,()),(d,(c,f)),(e,(f)),(f,())) (1 pt)

4. L'arbre enraciné en 'a' en utilisant un sous-graphe de G avec une profondeur minimale :

On ne peut pas construire un arbre enraciné en 'a' avec un sous-graphe de G. (1 pt)

5. Construire un arbre enraciné en 'a' en utilisant un graphe partiel de G avec un maximum de nœuds et une profondeur maximale :

